MATERI PENGOLAHAN SINYAL :

1. Defenisi sinyal
2. Klasifikasi Sinyal
3. Konsep Frekuensi Sinyal Analog dan Sinyal Diskrit
4. ADC
    - Sampling
    - Aliasing
    - Quantiasasi

5. Sistem Diskrit
    - Sinyal dasar system diskrit
    - format sinyal diskrit
    - Operasi Matematik sinyal diskrit
    - konvolusi

6. Sistem Diskrit (Lanjutan)
    - Blok Diagram dan Persamaan Beda
7. Transformasi Z
8. Transformasi Fourier
9. Filter

BAB I
SINYAL

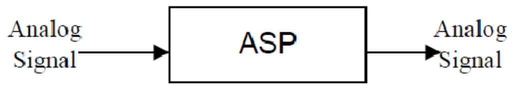
Sinyal adalah besaran yang berubah dalam waktu dan atau dalam ruang, dan membawa suatu informasi. Berbagai contoh sinyal dalam kehidupan sehari-hari : arus atau tegangan dalam rangkaian elektrik, suara, suhu. Representasi sinyal berdasarkan dimensinya dibagi menjadi Dimensi-1 (contoh : sinyal audio), Dimensi-2 (contoh : citra), Dimensi-3 (contoh : video).

Suatu sinyal mempunyai beberapa informasi yang dapat diamati, misalnya amplitudo, frekuensi, perbedaan fase, dan gangguan akbiat *noise*, untuk dapat mengamati informasi tersebut, dapat digunakan secara langsung peralatan ukur elektronik seperti osciloskop, spektrum analyser.

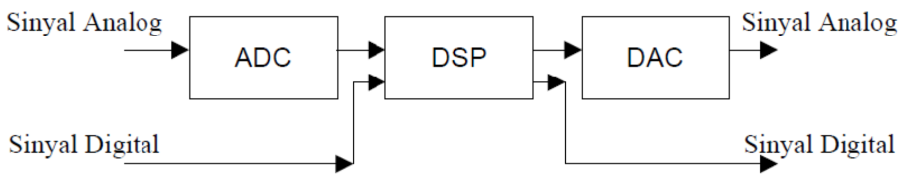
Pengolahan sinyal adalah suatu operasi matematik yang dilakukan terhadap suatu sinyal sehingga diperoleh informasi yang berguna. Dalam hal ini terjadi suatu transformasi. Pengolahan sinyal analog memamfaatkan komponen-komponen analog, misalnya dioda, transistor, op-amp dan lainnya. Pengolahan sinyal secara digital menggunakan komponen-komponen digital, register, counter, dekoder, summuninh, mikrokontroler, dan lainya.

Sistem didefinisikan sebagai pemroses sinyal. Sistem biasanya dilukiskan sebagai sebuah kotak yang memiliki dua panah merepresentasikan sinyal. Panah masuk adalah sinyal masukan yang akan diproses, sedangkan panah keluar merepresentasikan sinyal hasil pemrosesan.

<u>Elemen-Elemen Dasar Sistem DSP (Pengolahan Sinyal Digital)</u>



Gambar 1.1 Pemrosesan Sinyal Analog



Gambar 1.2 Pemrosesan sinyal digital dapat dilakukan terhadap sinyal Analog maupun Sinyal Digital. Blok ADC mengubah sinyal analog menjadi digital sedangkan blok DAC mengubah sinyal digital menjadi sinyal Analog.

Keuntungan Pemrosesan sinyal secara digital:

- Untuk menyimpan hasil pengolahan, sinyal digital lebih mudah dibandingkan sinyal analog. Untuk media penyimpan digital dapat digunakan elemen memori: *flash memory,* CD/DVD, hard disk. Untuk menyimpan sinyal analog dapat digunakan pita tape magnetik.
- Sinyal digital kebal terhadap noise, karena bekerja pada level tegangan logika “1” dan “0”
- Lebih kebal terhadap perubahan temperatur
- Lebih muda memprosesnya, secara teori tidak ada batasannya, tergantung dari kreativitas dan inovasi perancang.

Kelemahan sinyal digital:

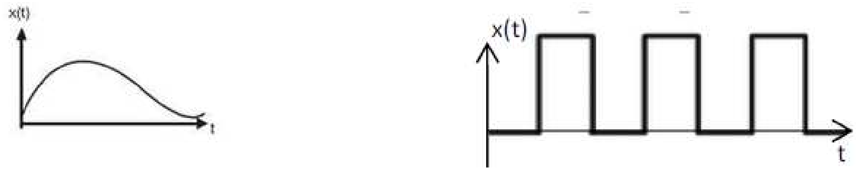
- Dapat Terjadi kehilangan informasi akibat pembulatan saat kuantisasi dan filtering saat pembalikan kembali ke sinyal analog.
- Diperlukan waktu proses yang lebih lama dibandingkan sinyal analog, perlu waktu sampling dan rekonstruksi ulang.

Klasifikasi Sinyal

a. Sinyal waktu kontinyu dan sinyal waktu diskrit
Sinyal waktu kontinyu yaitu sinyal yang terdefinisi untuk setiap nilai pada sumbu waktu t, dimana t adalah bilangan riil. Sedangkan sinyal waktu diskrit adalah sinyal yang terdefinisi hanya pada nilai waktu diskrit n, dimana n adalah bilangan bulat.

Gambar 1.3 Sinyal Kontinyu Vs Sinyal Diskrit

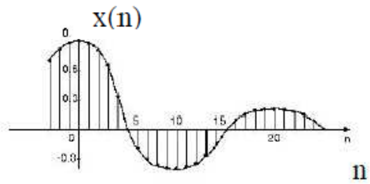
b. Sinyal analog dan sinyal digital
Sinyal analog adalah sinyal data dalam bentuk gelombang yang kontinyu, yang membawa informasi dengan mengubah karakteristik gelombang. Sinyal digital merupakan sinyal data dalam bentuk pulsa yang dapat mengalami perubahan yang tiba-tiba dan mempunyai besaran 0 dan 1.

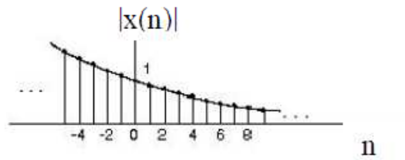


Gambar 1.4 Sinyal Analog Vs Sinyal Digital

c. Sinyal riil dan sinyal kompleks
   Sinyal riil merupakan sinyal yang bersifat riil untuk semua variabel. Sedangkan sinyal kompleks merupakan sinyal yang mempunyai nilai yang kompleks, ada faktor nilai imajiner.

Sinyal riil : $x_R(n) = 2^n \cos \omega n$ Sinyal kompleks : $x(n) = 2^n e^{j\omega n}$





d. Sinyal deterministik dan sinyal random
   Sinyal deterministik adalah sinyal yang keseluruhan nilainya dapat ditentukan dengan suatu persamaan matematis, contohnya sinyal sinus. Sedangkan sinyal random mempunyai nilai random atau tidak diketahui dengan pasti untuk waktu yang diberikan, contohnya noise tegangan pada penguat.

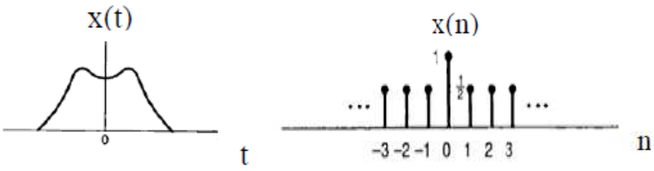
Sinyal Deterministik VS Sinyal Random

e. Sinyal ganjil dan sinyal genap
   Sinyal x(t) atau sinyal x(n) dikatakan sebagai sinyal genap jika :

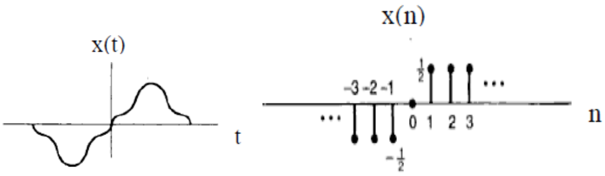
$$x(-t) = x(t)$$
$$x[-n] = x[n]$$

   Sinyal x(t) atau sinyal x(n) dikatakan sebagai sinyal ganjil jika :

$$x(-t) = -x(t)$$
$$x[-n] = -x[n]$$



Sinyal Kontinu Genap dan Sinyal Diskrit Genap



Sinyal Kontinu Ganjil dan Sinyal Diskrit Ganjil

f. Sinyal periodik dan sinyal non-periodik

Sinyal periodik yaitu sinyal yang mengalami pengulangan bentuk yang sama pada selang waktu tertentu. Secara matematis, sinyal waktu kontinyu dinyatakan periodik jika dan hanya jika :

$$\boxed{x(t+kT) = x(t) \qquad \text{untuk } -\infty < t < \infty,}$$

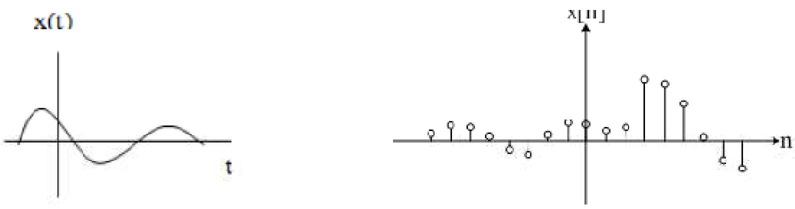
dimana k adalah bilangan bulat dan T adalah perioda sinyal.

Sinyal waktu diskrit dinyatakan periodik jika dan hanya jika :

$$\boxed{x(n+kN) = x(n) \qquad \text{untuk } -\infty < n < \infty,}$$

dimana k adalah bilangan bulat dan N adalah perioda sinyal

Sinyal Periodik



Sinyal Non-Periodik

Konsep Frekuensi

Semua sinyal dalam pengolahan sinyal dapat didekati dengan model dasar sinyal sinus.

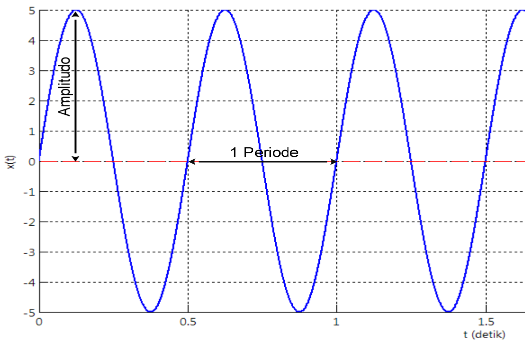
Suatu sinyal sinusoidal analog/kontinu dapat dinyatakan dengan persamaan matematik:

$x(t) = A\,sin(\Omega t + \theta)$
atau
$x(t) = A\,sin(2\pi F + \theta)$

$dimana$,

$\Omega \rightarrow frekuensi\ angular\ \ radian/detik$
$F \rightarrow siklus/detik\ atau\ Hz$

bentuk sinyalnya dapat dilihat pada gambar berikut:



$$x(t) = 5\,sin(4\pi t)$$
$$x(t) = 5\,sin(2\pi 2t)$$

Dari sinyal diatas dapat diperoleh:

$Frekuensi\ (F) = 2\ Hz$
$Frekuensi\ angular(\Omega) = 2\pi . F = 4\pi\ rad/sec$
$Amplitudo = 5$
$Periode = \frac{1}{F} = 0.5 = \frac{1}{2}\ detik$

Sinyal sinusoidal diskrit dapat ditulis secara matematik sebagai berikut:

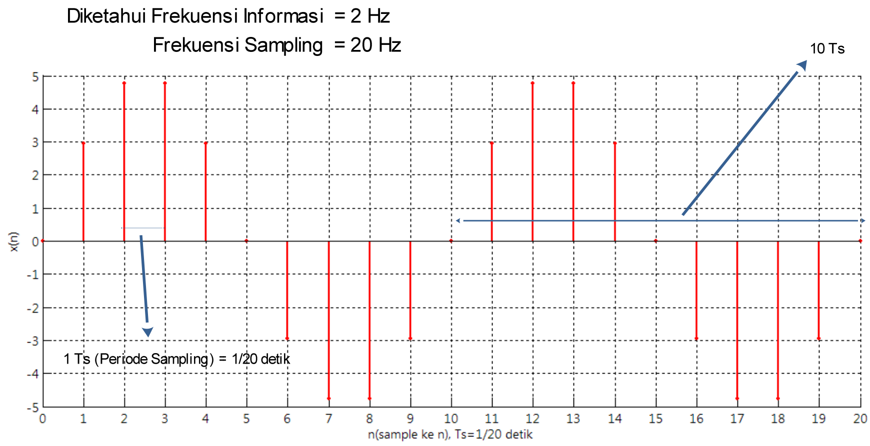
$x(n) = A\sin(\omega n + \theta)$
atau
$x(n) = A\sin(2\pi f n + \theta)$

$dimana$,

$Frekuensi\ digital$
$\omega \rightarrow\ radian/sampling$
$f = \frac{F}{F_s} \rightarrow siklus/sampling$

$F \rightarrow Frekuensi\ Sinyal\ Informasi\ (Frekuensi\ sinyal\ analog)$
$F_s \rightarrow\ \ Frekuensi\ sampling\ atau\ sampling\ rate\ (sample/detik)$
$Ts \rightarrow {}^{1}/_{F_s}\ periode\ sampling\ atau\ waktu\ sampling$

Bentuk sinyal diskrit



$x(n) = 5\sin(0.2\pi n)$

$x(n) = 5\sin\left(2\pi\frac{2}{20}n\right)$

Sehingga diperoleh

$$\omega = 0.2\pi \; rad/sampling$$

$f = \frac{2}{20} = 0.1 \; siklus/sampling \rightarrow \; 10 \; waktu \; sampling/siklus$

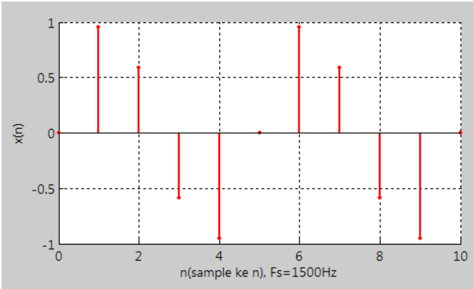
Contoh Soal :

Suatu sinyal sinusoidal dengan frekuensi 2 KHz disampling setiap Ts = 0.1 ms. Tentukan frekuensi digitalnya !

$$\begin{aligned}&diketahui\\&F = 2KHz = 2x10^3Hz\\&Ts = 0.1\;ms \rightarrow 1x10^{-4}s\\&sehingga\;F_s = \frac{1}{Ts} = 10^4Hz\end{aligned}$$

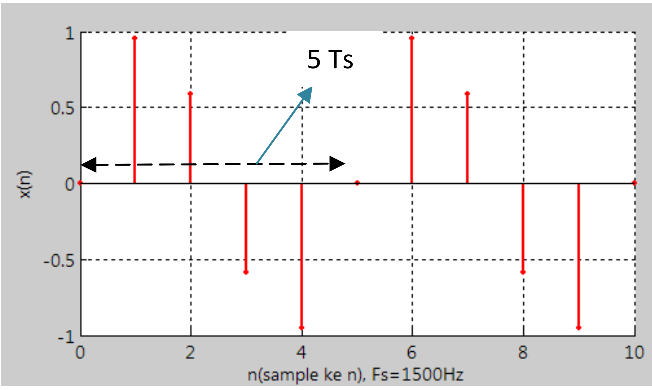
$$\omega = 2\pi\frac{F}{F_s} = 2\pi\frac{2000}{10000} = \frac{2\pi}{5}rad/sampling \;\; dan\; f = \frac{F}{F_s} = \frac{2000}{10000} = \frac{1}{5}siklus/sampling$$

Contoh Soal 2:



Dari gambar sinyal diskrit disamping tentukan berapa frekuensi Informasi dari sinyal tersebut

Jawab



Dari gambar disamping dapat dilihat terdapat 5 Ts untuk satu siklus gelombang penuh. Sehingga dapat diperoleh frekuensi digital :

$f = \frac{1}{5}\ siklus/sampling$

$$f = \frac{F}{F_s} = \frac{1}{5}$$

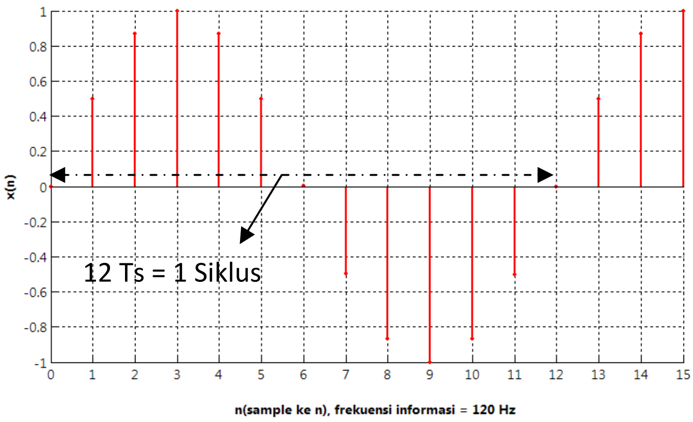
$$Fs = 1500\ Hz$$

$$F = F_s \,.\, f = 1500x\frac{1}{5}$$

$$F = 300\ Hz$$

Contoh 3:

Tentukan frekuensi sampling dari sinyal berikut!



Dari gambar disamping dapat dilihat terdapat 12 Ts untuk satu siklus gelombang penuh. Sehingga dapat diperoleh frekuensi digital :

$f = \frac{1}{12} siklus/sampling$

$$f = \frac{F}{F_s} = \frac{1}{12}$$

$$F = 120\ Hz$$

$$F_s = \frac{F}{f} = \frac{120}{1/12}$$

$$F_s = 1440\ Hz$$

BAB II
ADC
(Analog Digital Converter)

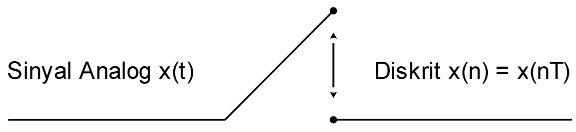
Teorema Sampling

Kebanyakan sinyal di alam ini dalam bentuk analog. Untuk memperoleh sinyal diskrit dari sinyal analog harus dilakukan suatu proses yang disebut *sampling*. Secara matematik, proses sampling dapat dinyatakan oleh persamaan berikut :

$$x(n) = x_a(nT) = x(t)|_{t=Ts} \quad ,untuk - \infty < n < \infty \; (n = integer)$$

Dimana:

$$x(t) = \; sinyal\ analog$$
$$x(n) = \; sinyal\ waktu\ diskrit$$
$$x_a(nT) = \; sinyal\ analog\ yang\ disampling\ setiap\ periode\ Ts$$



Fs = 1/Ts

$$Ts = Waktu\ Sampling, Fs = \frac{1}{Ts}, \rightarrow sampling\ rate\ atau\ (\frac{sampling}{detik})$$

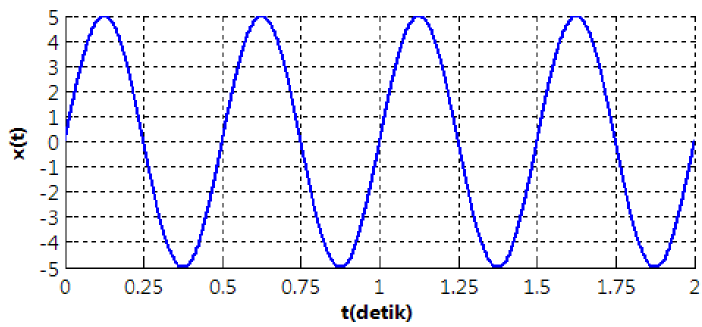
Secara umum

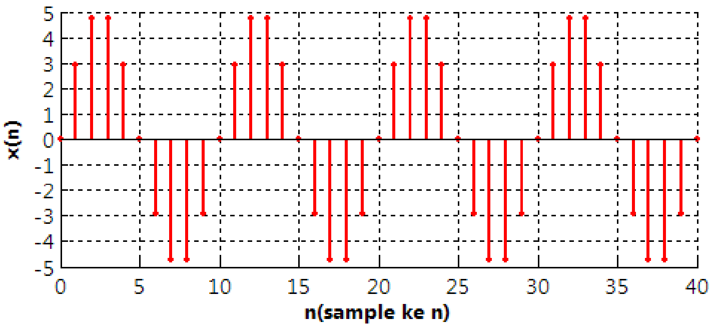
$$\oint = \frac{F}{Fs}$$
$$\oint \rightarrow Frekuensi\ Relatif\ (normalized\ frekuensi)$$
$$F = Frekuensi\ Informasi\ , Fs = frekuensi\ Sampling$$

agar tidak terjadi aliasing besarnya frekuensi sampling minimal 2 kali frekuensi informasi. Hal ini disebut dengan teorema Nyquist

$$\text{Fs (sampling)} > 2\ F_{maks}\ \text{(sinyal informasi)}$$

Contoh sampling sinyal analog menjadi sinyal diskrit menggunakan matlab






```
t = [0:0.0001:2];
A = 5;
f = 2;
xt = A*sin(2*pi*f*t);

subplot(2,2,1);
plot(t,xt,'LineWidth',2);
axis([0 4*(1/f) -A A])
xlabel('t(detik)');
ylabel('x(t)');
box('off');
grid('on');

n = [0:100];
fs = 20;
Ts = 1/fs;
nTs = n*Ts;
xn = A*sin(2*pi*f*nTs);

subplot(2,2,2);
h3 = stem(n,xn,'.r','LineWidth',2);
axis([0 4*fs/f -A A])
xlabel('n(sample ke n), Ts=1/20
detik');
ylabel('x(n)');
box('off');
grid('on');
```

Sampling sinyal sinusiodal berikut menggunakan Matlab:

1. $x(t) = 3\sin(40\pi t)\,, Ts = 12.5\ ms$
2. $x(t) = 3\sin(90\pi t - 0.25\pi)\,, Fs = 0.45\ KHz$

ALIASING

Seperti yang telah disampaikan pada teori sampling, bahwa agar tidak terjadi aliasing maka Frekuensi Sampling > 2 x Frekuensi Informasi. Bagaimana terjadinya Aliasing tersebut dapat dilihat pada contoh berikut ini:

$$Misalnya\ x_1(t) = \sin(20\pi t)\ dan\ x_2(t) = \sin(100\pi t)$$
$$jika\ kedua\ sinyal\ tersebut\ disampling\ dengan\ frekuensi\ sampling\ yang\ sama$$
$$F_s = 40\ Hz\ tentukan\ x_1(n) dan\ x_2(n)!$$

Jawab:

$$F_s = 40Hz\ dan\ T_s = \frac{1}{F_s} = \frac{1}{40}$$

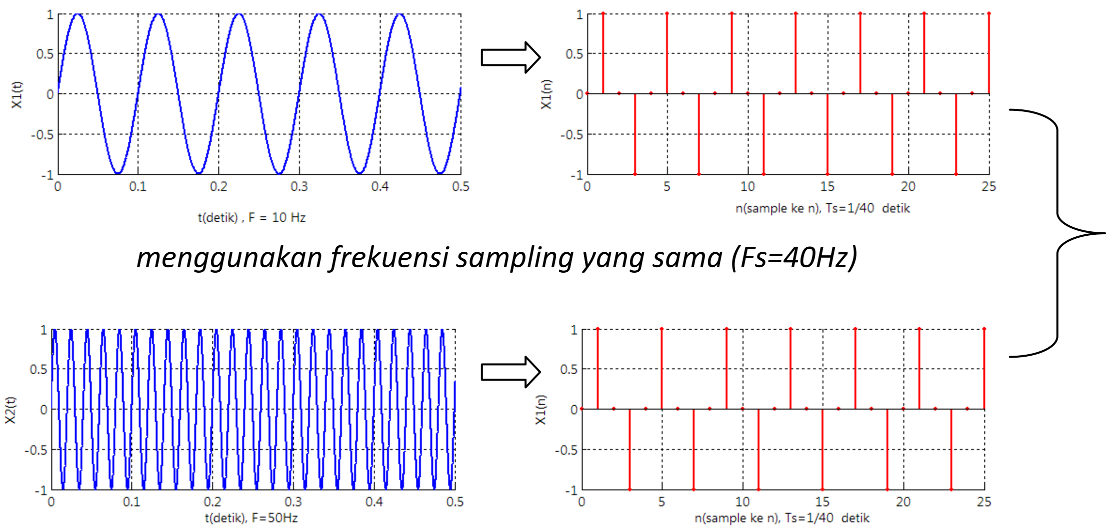
$$x_1(n) = \sin(20\pi n T_s) = \sin\left(20\pi n \frac{1}{40}\right) = \sin\ (0.5\pi n)$$

$$x_2(n) = \sin(100\pi n T_s) = \sin\left(100\pi n \frac{1}{40}\right) = \sin(2.5\pi n)$$

$$x_2(n) = \sin(2\pi n + 0.5\pi n) = \sin(2\pi n)\cos(0.5\pi n) + \cos(2\pi n)\sin(0.5\pi n)$$
$$x_2(n) = \cos(2\pi n)\sin(0.5\pi n) = \sin(0.5\pi n)\,, n = ganjil$$

$$x_1(n) = x_2(n)\ untuk\ \ n = ganjil$$

$x_1(n)$ sama (alias) dari $x_2(n)\ untuk\ n \rightarrow ganjil$

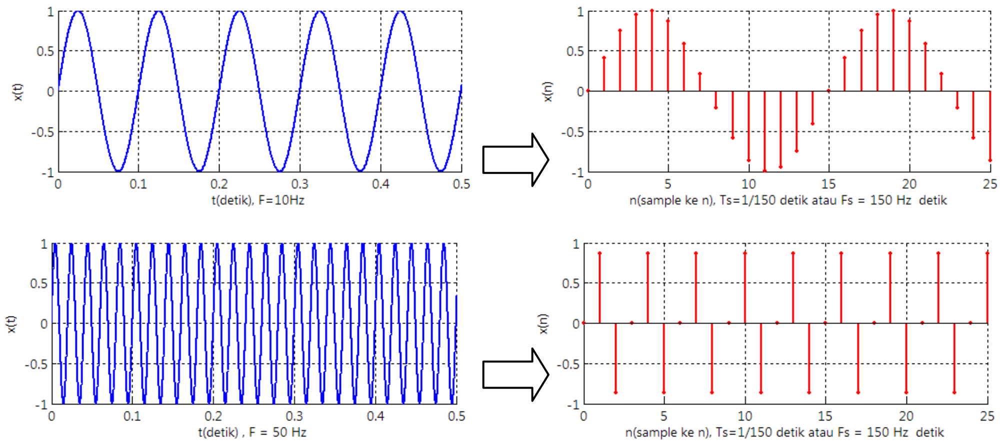


menggunakan frekuensi sampling yang sama (Fs=40Hz)

Terjadi aliasing antara F_1= 10Hz dan F_2=50Hz untuk frekuensi sampling (Fs=40Hz)

Agar tidak terjadi sampling, maka diperlukan frekuensi sampling > 2 x Frekuensi Maksimal dari sinyal-sinyal tersebut. Dari dua sinyal diatas kita ketahui bahwa F_{Maks} sebesar 50 Hz.

Sehingga Frekuensi sampling yang dibutuhkan > 2 x F_{maks} misalnya kita gunakan Frekuensi Sampling sebesar 150 Hz. Perhatikan hasil sampling kedua sinyal tersebut:



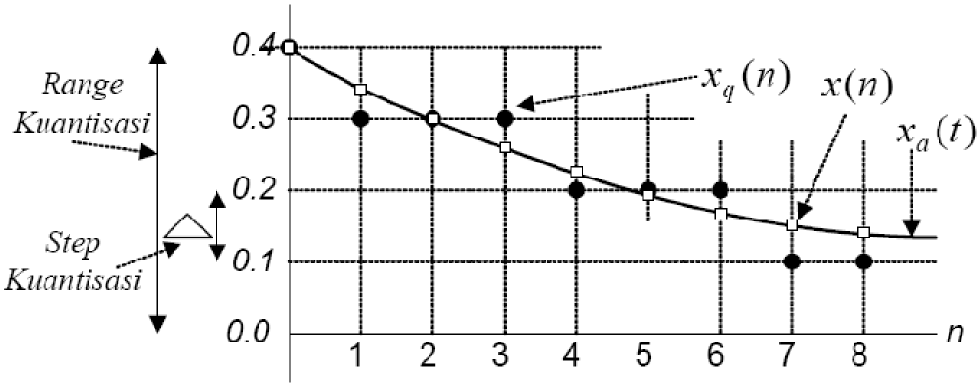
Kuantisasi

Proses kuantisasi mengubah sinyal *continuous valued* $x(n)$ menjadi sinyal *discrete valued* $x_q(n)$, yang digunakan untuk merepresentasikan $x(n)$. Salah satu proses kuantisasi yang sering digunakan berbentuk $x_q(n) = Q[x(n)]$.

Kuantisasi ini menghasilkan kesalahan (*error*) kuantisasi sebesar $e_q(n) = x_q(n) - x(n)$. Besar kesalahan ini diilustrasikan pada Gambar berikut. Misalnya sinyal analog $x_a(t)$ ternyata memiliki nilai antara $0.1 \leq x_a(t) \leq 0.4$. Sinyal ini disampling pada sebuah frekuensi sampling tertentu menghasilkan $x(n)$. Pada titik-titik sampling, nilai $x(n)$ persis sama dengan $x_a(t)$. Namun ketika dikuantisasi, maka hasilnya $x_q(n)$ memiliki perbedaan dengan $x(n)$ (dan $x_a(t)$ pada titik sampling) sebesar $e_q(n)$. Hal ini disebabkan oleh adanya pembatasan nilai yang bisa dimiliki oleh $x_q(n)$. Dalam contoh ini, $x_q(n)$ hanya diberi kesempatan untuk mempunyai satu dari L buah nilai dari daftar yang terbatas {0.0, 0.1, 0.2, dst}.

Nilai-nilai sebanyak L itu disebut sebagai *level kuantisasi*.

Step kuantisasi (Δ) adalah selisih antara satu level dengan level terdekat berikutnya, yang dalam contoh ini sebesar 0.1.



Gambar 16. Proses kuantisasi. Δ = step kuantisasi (atau resolusi).

Tabel 2. Nilai-nilai yang terjadi dalam proses kuantisasi pada contoh di atas.

n	$x(n)$	Cara trunkasi		Cara pembulatan	
		$x_q(n)$	$\lvert e_q(n)\rvert$	$x_q(n)$	$\lvert e_q(n)\rvert$
0	0.40	0.40	0.00	0.40	0.00
1	0.34	0.30	0.04	0.30	0.04
2	0.30	0.30	0.00	0.30	0.00
3	0.26	0.20	0.06	0.30	0.04
4	0.22	0.20	0.02	0.20	0.02
5	0.19	0.10	0.09	0.20	0.01
6	0.18	0.10	0.08	0.20	0.02
7	0.15	0.10	0.05	0.20	0.05
8	0.14	0.10	0.04	0.10	0.04
	Rata-rata		0.042		0.024

Beberapa sifat dari kuantisasi adalah:

• Apabila step kuantisasi ini membesar, maka jumlah level kuantisasi yang dibutuhkan untuk mencakup rentang dinamis sinyal menjadi berkurang, sehingga jumlah bit yang diperlukan dapat dihemat. Tapi akibatnya $eq\,(n)$ rata-rata membesar.

• Sebaliknya, apabila step kuantisasi mengecil, maka $eq\,(n)$ rata-rata membaik (mengecil). Namun akibatnya jumlah jumlah level kuantisasi yang dibutuhkan untuk mencakup rentang dinamis sinyal menjadi membesar, sehingga jumlah bit yang diperlukan menjadi boros.

$\Delta = step\ kuantisasi\ atau\ resolusi$
$L = jumlah\ level\ kuantisasi$

$$L = \frac{2A}{\Delta} + 1, dimana\ A \to amplitudo\ sinyal\ dan\ 2.A \to rentang\ dinamis$$

$bps = bit\ \ per\ sample$
$L \approx 2^{bps}$

$$bit\ rate = \frac{bit}{detik} = bps.Fs \to bit\ per\ sample\ x\ Frekuensi\ sampling$$

Contoh 7:

Sinyal $x(n) = 6.35\cos\left(\dfrac{\pi}{10}n\right)$ hendak dikuantisasi. Berapa banyak bit per sampel yang diperlukan apabila

a) $\Delta = 0.1$

b) $\Delta = 0.02$

Jawab:

Rentang dinamis dari sinyal ini adalah 6.35 – (–6.35) = 12.7. Asumsi jumlah level adalah L.

a) $L - 1 = 12.7 / 0.1 = 127$. $L = 128 = 2^b$, maka $b = 7$.

b) $L - 1 = 12.7 / 0.02 = 635$. $L = 636 = 2^b$, maka $b = 10$ (bilangan integer).

Contoh 8:

Sebuah sinyal seismik memiliki rentang dinamis 1 volt dan disampel dengan sebuah ADC 8 bit yang memiliki $F_s = 20$ Hz.

a) Tentukan bit rate dan resolusi ?

b) Frekuensi maksimum yang bisa direpresentasikan pada sinyal digitalnya.

Jawab:

a) Satu sampel menggunakan 8 bit. Ada 20 sampel tiap detik. Maka bit rate = 160 bit per detik. Jumlah level $L = 256$. Jadi resolusi = 1 / (256 – 1) = 0.0039 volt.

b) Kriteria Nyquist adalah 20 Hz. Jadi batas atas frekuensi yang bisa direpresentasikan adalah 10 Hz (eksklusif).

BAB III
SISTEM DISKRIT

3.1 Notasi Sinyal Diskrit

Symbol sinyal analog fungsi waktu:

$$Masukan = x(t)$$
$$proses = h(t)$$
$$keluaran = y(t)$$

Symbol sinyal diskrit sampling ke n adalah:

$$Masukan = x(n)$$
$$proses = h(n)$$
$$keluaran = y(n)$$

Suatu sinyal diskrit dinyatakan dengan notasi *x[n]* , dimana n adalah suatu bilangan integer (bulat), dimana n merepresentasikan suatu sampel (sampling). Untuk x[0], nilai o dalam kurung siku menyatakan sample ke-0, x[1] nilai 1 dalam kurung siku menyatakan sample ke 1.

Untuk sinyal pergeseran sinyal atau delay disimbolkan sebagai berikut :

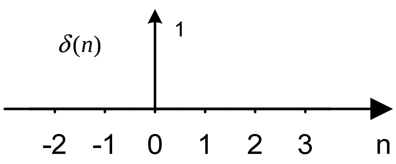
- ✓ *x[n-1]* menyatakan sinyal sampel ke n digeser ke kanan sejauh 1 sampel, dan *x[n-2]* menyatakan sinyal sampel ke n digeser ke kanan sejauh 2 sampel.
- ✓ *x[n+1]* menyatakan sinyal diskrit digeser ke kiri sejauh 1, *x[n+2]* menyatakan sinyal diskrit digeser ke kiri sejauh 2 sample.

3.2 Representasi Sinyal Diskrit

Dalam pengolahan sinyal diskrit dikenal beberapa sinyal dasar.

1. *Deret Unit sample*

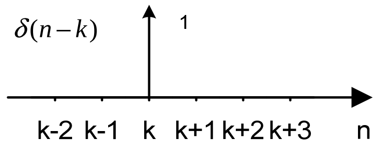
   $$\delta(n) = \begin{cases} 1 & \rightarrow n = 0 \\ 0 & \rightarrow lainnya \end{cases}$$



2. *Delay unit sample*

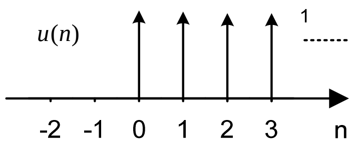
   Merupakan operasi pergeseran, digunakan untuk merepresentasikan suatu sinyal sampling yang ke-n. secara matematik, dinyatakan oleh persamaan berikut:

$$\delta(n-k) = \begin{cases} 1 & \rightarrow n = k \\ 0 & \rightarrow n \neq k \end{cases}$$



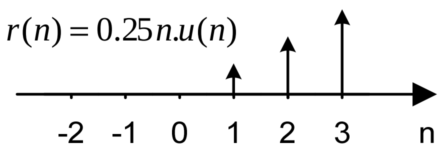
3. *Deret unit step*
   Pada deret unit step besar amplitude atau implusnya sama dengan 1 untuk n≥0 dan lainnya sama dengan 0. Sinyal *unit step* digunakan untuk mengambil suatu sinyal pada daerah tertentu dan membuang daerah yang ditidak diinginkan. Proses ini dikenal pula dengan window atau masking.

$$u(n) = \begin{cases} 1 & \rightarrow n \geq 0 \\ 0 & \rightarrow n < 0 \end{cases}$$



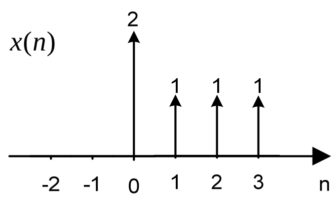
4. *Unit Ramp function*
   Merupakan suatu sinyal yang memiliki nilai membesar secara proporsional dan linear. Persamaan fungsi ini dinyatakan oleh persamaan berikut:

$$r(n) = (a.n)u(n)$$



3.3. Format Sinyal Diskrit

Sinyal diskrit dapat direpresentasikan dalam bentuk persamaan matematik, table, dan deret. Perhatikan sinyal diskrit pada gambar dibawah ini :



Gambar sinyal diskrit diatas dapat direpresentasikan ke dalam 4 format berikut :

1. Dalam bentuk fungsi

$$x(n) = \begin{cases} 2, & n = 0 \\ 1, & n = 1,2,3 \\ 0, & lainnya \end{cases}$$

2. Bentuk tabel

n	...	-2	-1	0	1	2	3	...
x(n)	0	0	0	2	1	1	1	0

3. Bentuk deret

$$x(n) = \{\dots 0,\ \underset{\uparrow}{2},\ \ 1,\ \ 1,\ \ 1,\ \ 0,\ \ 0 \dots\}$$

Catatan: tanda panah menunjukkan nilai n=0

4. Dalam bentuk *impuls respon*

Untuk mengambil sinyal ke –k , dilakukan dengan cara mengalikan sinyal diskrit dengan *unit impuls* $\delta(n-k)$ selengkapnya dapat dilihat pada persamaan berikut:

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x(k)\delta(n-k)$$

Sehingga sinyal diatas dapat diubah ke dalam bentuk berikut:

$$\begin{aligned} x(n) &= x_0\delta(n) + x_1\delta(n-1) + x_2\delta(n-2) + x_3\delta(n-3) \\ &= 2\delta(n) + 1\delta(n-1) + 1\delta(n-2) + 1\delta(n-3) \\ &= 2\delta(n) + \delta(n-1) + \delta(n-2) + \delta(n-3) \end{aligned}$$

Contoh soal:

Suatu sinyal diskrit $x(n) = \{\dots 0, \underset{\uparrow}{1},\ \ 2,\ \ 3,\ \ 4,\ \ 5,\ \ 0 \dots\}$

Tentukan :

a. $format\ sinyal\ dalam\ bentuk\ fungsi$
b. $format\ sinyal\ dalam\ bentuk\ impuls\ respon$
c. $gambar\ sinyal\ diskrit$
d. $x(n-1)$
e. $x(n+1)$

Penyelesaian :

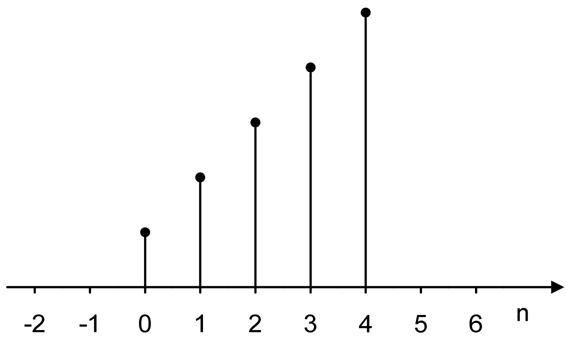
a. Bentuk fungsi

$$x(n) = \begin{cases} n+1, & 0 \geq n \leq 5 \\ 0, & lainnya \end{cases}$$

b. Bentuk impuls respon

$$x(n) = x_0\delta(n) + x_1\delta(n-1) + x_2\delta(n-2) + x_3\delta(n-3) + x_4\delta(n-4)$$
$$x(n) = \delta(n) + 2\delta(n-1) + 3\delta(n-2) + 4\delta(n-3) + 5\delta(n-4)$$

c. Gambar sinyal diskrit



d. $x(n-1)$

n	...	-1	0	1	2	3	4	5	...
x(n)	0	0	1	2	3	4	5	0	0
x(n-1)	0	0	0	1	2	3	4	5	0

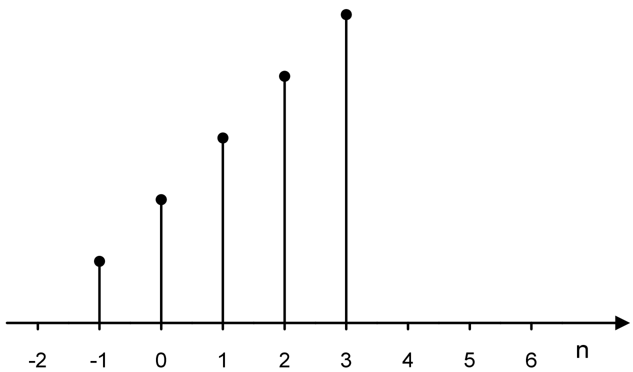
$$x(n) = \{..0, \underset{\uparrow}{0}, 1, 2, 3, 4, 5, 0..\}$$

cc

e. $x(n+1)$

n	...	-1	0	1	2	3	4	5	...
x(n)	0	0	1	2	3	4	5	0	0
x(n+1)	0	1	2	3	4	5	0	0	0

$$x(n) = \{..0, 1, \underset{\uparrow}{2}, 3, 4, 5, 0, ..\}$$



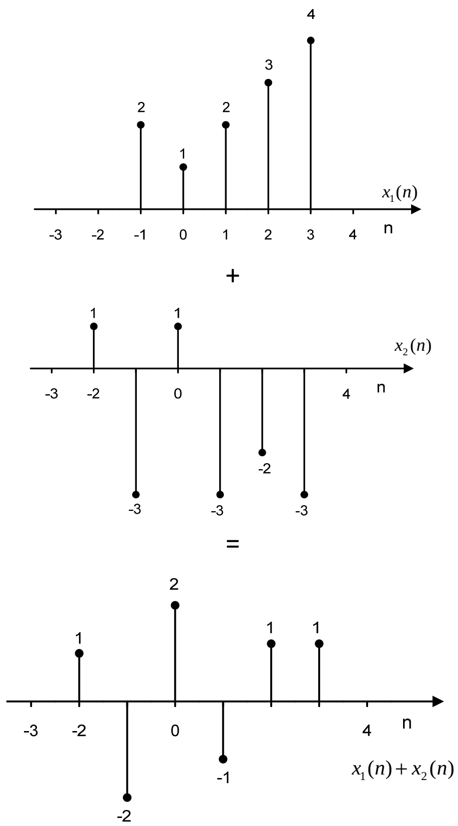
3.4 Operasi Matematik Sinyal Diskrit

1. *Operasi penjumlahan*

   $x_1(n) = \{..0, 2, 1, 2, 3, 4, 0..\}$

   $x_2(n) = \{..0, 1, -3, 1, -3, -2, -3, 0..\}$

n	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$x_1(n)$	0	0	2	1	2	3	4	0
$x_2(n)$	0	1	-3	1	-3	-2	-3	0
$x_1(n) + x_2(n)$	0	1	-2	2	-1	1	1	0

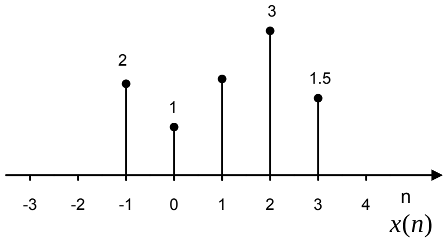


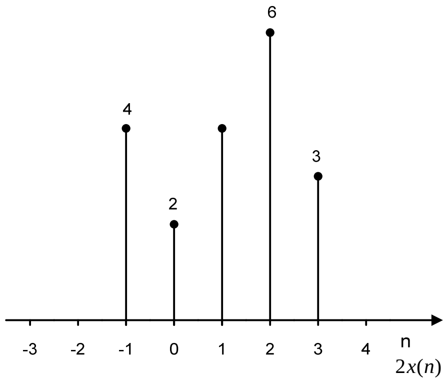
2. *Operasi perkalian skalar*

   $x(n) = \{..0, 2, 1, 2, 3, 1.5, 0..\}$

   $y(n) = 2x(n)$

n	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$x(n)$	0	0	2	1	2	3	1.5	0
$2x(n)$	0	0	4	2	4	6	3	0

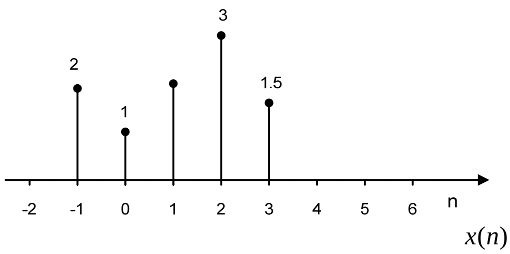


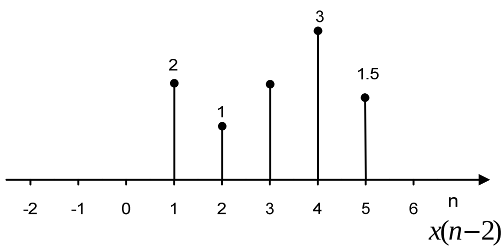


3. Operasi Pergeseran

$x(n) = \{..0, 2, \underset{\uparrow}{1}, 2, 3, 1.5\ ,0..\}$

n	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$x(n)$	0	2	1	2	3	1.5	0	0	0
$x(n-2)$	0	0	0	2	1	2	3	1.5	0

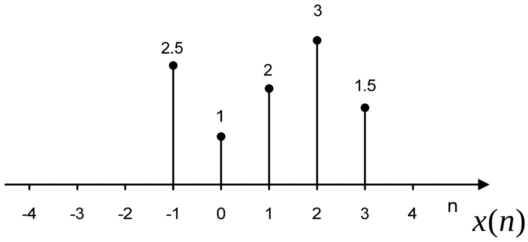




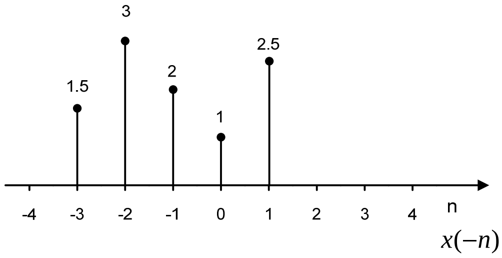
4. Operasi Pencerminan

$x(n) = \{..0, 2.5, \underset{\uparrow}{1}, 2, 3, 1.5\ ,0..\}$

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$x(n)$	0	0	0	2.5	1	2	3	1.5	0
$x(-n)$	0	1.5	3	2	1	2.5	0	0	0



pencerminan



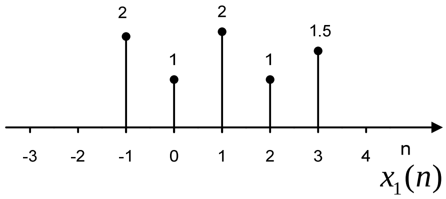
5. Operasi perkalian 2 sinyal

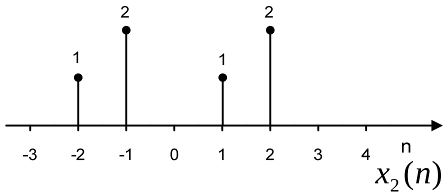
$x_1(n) = \{..0, 2, 1, 2, 1, 1.5\ ,0..\}$

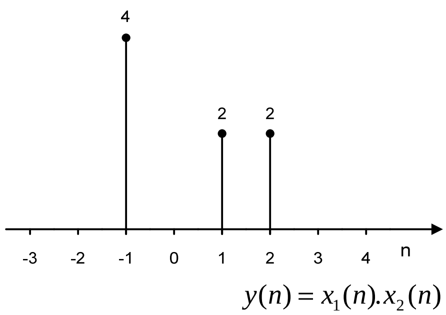
$x_2(n) = \{..0, 1, 2, 0, 1, 2\ ,1,0..\}$

$y(n) = x_1(n).\, x_2(n)$

n	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$x_1(n)$	0	0	2	1	2	1	1.5	0
$x_2(n)$	0	1	2	0	1	2	0	0
$x_1(n).x_2(n)$	0	0	4	0	2	2	0	0







5.5 KONVOLUSI

Konvolusi didefinisikan sebagai operasi penjumlahan dua fungsi setelah fungsi satu dicerminkan dan digeser.

Konvolusi antara dua sinyal diskrit x[n] dan h[n] dapat dinyatakan sebagai

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} x[k].\, h[n-k]$$

Contoh soal:

$x[n] = \{2, 1, 2, 1, 1, 0\}$
$h[n] = \{1, 0, 1, 2, 2, 1\}$

Panjang konvolusi P = M + L – 1= 6 + 6 – 1 = 11

Dimana M = ukuran sinyal x

L = ukuran sinyal h

langkah-langkah konvolusi :

Tentukan pencerminan sinyal kedua h[-k] yaitu:

$h[-k] = \{1, 2, 2, 1, 0, 1, 0 , 0 , 0\}$

Untuk n = 0, $h[-k]$ digeser sejauh 0

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[-k]$	1	2	2	1	0	1	0	0	0	0	0	x	
	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	=	2
												+	

$$y[0] = 2$$

Untuk n = 1, $h[-k]$ digeser sejauh 1

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[1-k]$	0	1	2	2	1	0	1	0	0	0	0	x	
	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	=	1
												+	

$$y[1] = 1$$

Untuk n = 2, $h[-k]$ digeser sejauh 2

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[2-k]$	0	0	1	2	2	1	0	1	0	0	0	x	
	0	0	0	0	0	2	0	2	0	0	0	=	4
												+	

$$y[2] = 4$$

Untuk n = 3, $h[-k]$ digeser sejauh 3

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[3-k]$	0	0	0	1	2	2	1	0	1	0	0	x	
	0	0	0	0	0	4	1	0	1	0	0	=	6
												+	

$$y[3] = 4$$

Untuk n = 4, $h[-k]$ digeser sejauh 4

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[4-k]$	0	0	0	0	1	2	2	1	0	1	0	x	
	0	0	0	0	0	4	2	2	0	1	0	=	9
												+	

$$y[4] = 9$$

Untuk n = 5, $h[-k]$ digeser sejauh 5

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[5-k]$	0	0	0	0	0	1	2	2	1	0	1	x	
	0	0	0	0	0	2	2	4	1	0	0	=	9
												+	

$$y[5] = 9$$

Untuk n = 6, $h[-k]$ digeser sejauh 6

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[6-k]$	0	0	0	0	0	0	1	2	2	1	0	x	
	0	0	0	0	0	0	1	4	2	1	0	=	8
												+	

$$y[6] = 8$$

Untuk n = 7, $h[-k]$ digeser sejauh 7

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[7-k]$	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	1	x	
	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	0	=	6
												+	

$$y[7] = 6$$

Untuk n = 8, $h[-k]$ digeser sejauh 8

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[8-k]$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	2	x	
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	=	3
												+	

$$y[8] = 3$$

Untuk n = 9, $h[-k]$ digeser sejauh 9

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[9-k]$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	x	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	=	1
												+	

$$y[9] = 1$$

Untuk n = 10, $h[-k]$ digeser sejauh 10

k	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5		
$x[k]$	0	0	0	0	0	2	1	2	1	1	0		
$h[10-k]$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	x	
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	=	0
												+	

$$y[10] = 1$$

Sehingga diperoleh
$y[n] = \{2, 1, 4, 6 , 9, 9, 8 , 3 , 1, 0\}$

Menggunakan Metode Matriks

	$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$
$h[0]$	$h[0].x[0]$	$h[0].x[1]$	$h[0].x[2]$	$h[0].x[3]$	$h[0].x[4]$
$h[1]$	$h[1].x[0]$	$h[1].x[1]$	$h[1].x[2]$	$h[1].x[3]$	$h[1].x[4]$
$h[2]$	$h[2].x[0]$	$h[2].x[1]$	$h[2].x[2]$	$h[2].x[3]$	$h[2].x[4]$
$h[3]$	$h[3].x[0]$	$h[3].x[1]$	$h[3].x[2]$	$h[3].x[3]$	$h[3].x[4]$
$h[4]$	$h[4].x[0]$	$h[4].x[1]$	$h[4].x[2]$	$h[4].x[3]$	$h[4].x[4]$

Pembacaan nilai $y[n]$ dari table diatas dilakukan secara silang.

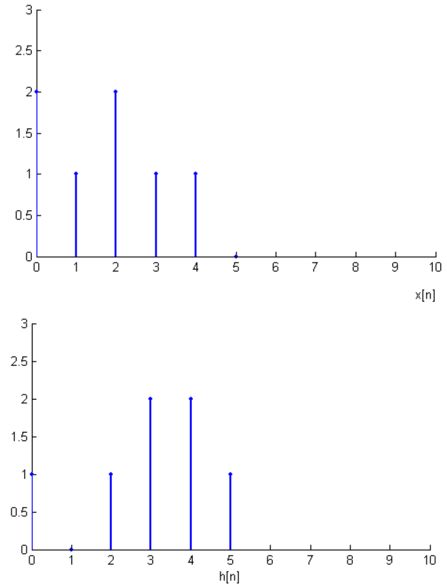
$y[0] = h[0].x[0]$
$y[1] = h[1].x[0] + h[0].x[1]$
$y[2] = h[2].x[0] + h[1].x[1] + h[0].x[2]$
....
$y[8] = h[4].x[3] + h[3].x[4]$

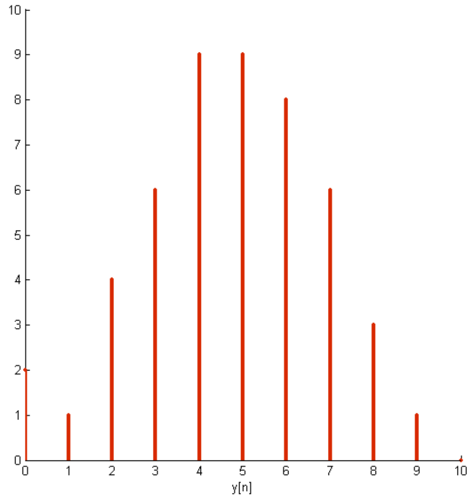
$x[n] = \{2, 1, 2, 1, 1, 0\}$
$h[n] = \{1, 0, 1, 2, 2, 1\}$

$\frac{x[k]}{h[k]}$	2	1	2	1	1	0
1	2	1	2	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0
1	2	1	2	1	1	0
2	4	2	4	2	2	0
2	4	2	4	2	2	0
1	2	1	2	1	1	0

$y[0] = 2$
$y[1] = 0 + 1$
$y[2] = 2 + 0 + 2$
$y[3] = 4 + 1 + 0 + 1$
$y[4] = 4 + 2 + 2 + 0 + 1$
$y[5] = 2 + 2 + 4 + 1 + 0 + 0$
$y[6] = 1 + 4 + 2 + 1 + 0$
$y[7] = 2 + 2 + 2 + 0$
$y[8] = 1 + 2 + 0$
$y[9] = 1 + 0$
$y[10] = 0$

$y[n] = \{2, 1, 4, 6, 9, 9, 8, 6, 3, 1, 0\}$





Menggunakan matlab

```
xn=[2 1 2 1 1 0];
hn=[1 0 1 2 2 1];
yn=conv(x,h);
```

Command Window

```
>>
xn=[2 1 2 1 1 0];
hn=[1 0 1 2 2 1];
yn=conv (x,h);
>> xn

xn =

     2     1     2     1     1     0

>> hn

hn =

     1     0     1     2     2     1

>> yn

yn =

     2     1     4     6     9     9     8     6     3     1     0

>>
```

BATAS UTS