KONVOLUSI SINYAL KONTINU (PERTEMUAN KE-6)

Matakuliah Pengolahan Sinyal

Konvolusi Kontinyu

Keluaran sistem dengan tanggapan impuls h(t) dan masukan x(t) dapat direpresentasikan sebagai:

$$y(t) = \sum_{all\,\tau} \varepsilon x(\tau\varepsilon)\delta(t - \tau\varepsilon)$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda \qquad (2.4)$$

atau dapat juga dinyatakan:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda)x(t-\lambda)d\lambda$$

Kedua rumusan diatas dikenal sebagai integral konvolusi. Untuk dua fungsi sembarang x(t) dan h(t) maka integral konvolusi r(t) dapat dinyatakan sebagai:

r(t) = x(t) * h(t)

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

Konvolusi kontinyu mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

a) ***Komutatif***

$$x(t)*y(t) = y(t)*x(t)$$

$$r_{xy}(t) = r_{yx}(t)$$

b) ***Distributif***

$$x(t)*[y(t) \pm z(t)] = [x(t)*y(t)] \pm [x(t)*z(t)]$$

$$r_{xy}(t) = r_{yx}(t) \pm r_{xz}(t)$$

c) ***Asosiatif***

$$x(t)*[y(t)*z(t)] = [x(t)*y(t)]*z(t)$$

Untuk memperjelas penggunaan integral konvolusi disajikan contoh sebagai berikut:

Contoh

Dua buah isyarat mempunyai rumusan sebagai berikut:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0<t<1 \\ 0, & t \text{ lainnya} \end{cases}$$

dan,

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 1<t<2 \\ 0, & t \text{ lainnya} \end{cases}$$

Carilah sinyal r(t) yang merupakan hasil konvolusi dua isyarat tersebut.

Penyelesaian:

Untuk mencari nilai konvolusi kedua isyarat kontinyu digunakan:

$$r(t) = x(t) * h(t)$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

Pada rumus diatas dapat dilihat bahwa untuk mencari nilai r(t) diperlukan sinyal $x(\lambda)$ dan sinyal $h(t-\lambda)$.

$$x(t) = \begin{cases} 1 & 0<t<1 \\ 0, & t \text{ lainnya} \end{cases}$$

maka,

$$x(\lambda) = \begin{cases} 1 & 0<\lambda<1 \\ 0, & \lambda \text{ lainnya} \end{cases}$$

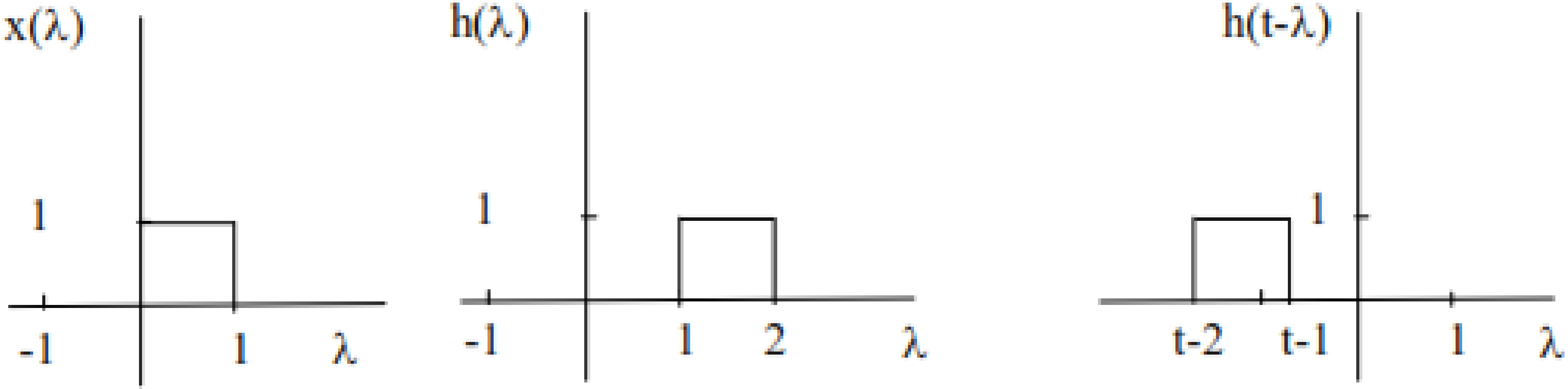
sedangkan h(t-p) dapat dicari sebagai berikut:

$$h(t-\lambda) = \begin{cases} 1 & 1<t-\lambda<2 \\ 0, & t-\lambda \text{ lainnya} \end{cases}$$

yang dibutuhkan adalah fungsi h dalam λ maka:

$$h(t-\lambda) = \begin{cases} 1 & -2+t<\lambda<-1+t \\ 0, & \lambda \text{ lainnya} \end{cases}$$

Untuk mempermudah diilustrasikan sebagai berikut:

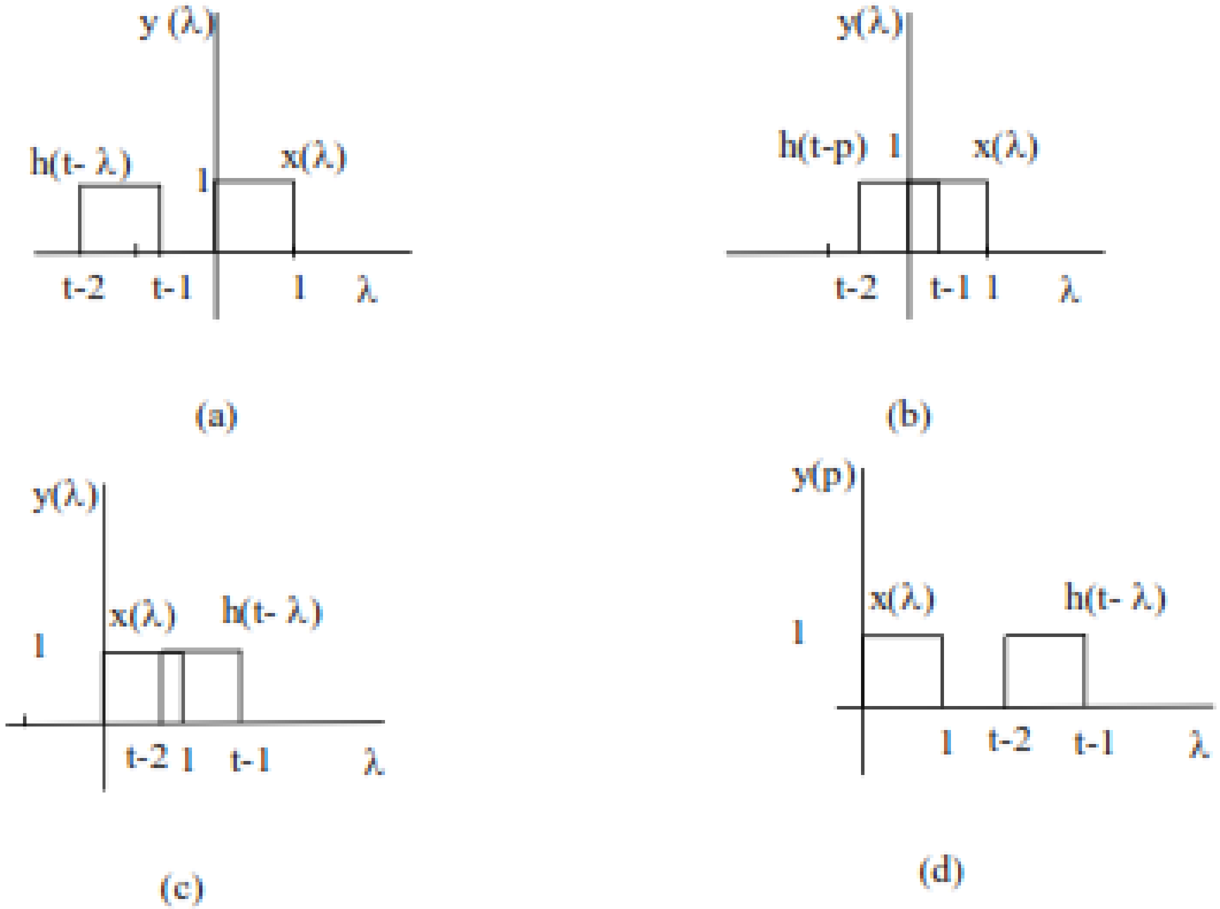


Gambar 2.2 Sinyal x(λ), h(λ) dan h(t-λ)

Pada gambar diatas sinyal h(t-λ) adalah sinyal h(-λ) yang tergeser sejauh *t*. Dari rumusan integral konvolusi dapat dilihat bahwa sinyal h(-λ) dijalankan dari -∞ sampai +∞. Nilai integral konvolusi dapat dibagi menjadi beberapa kasus penggal waktu t yaitu:

- Pada saat $t<1$
- Pada saat $1<t<2$
- Pada saat $2<t<3$
- Pada saat $t>3$

Untuk memperjelas keempat kasus ini x(λ) dan h(t- λ) digambarkan dalam satu sumbu y(λ).



Gambar 2.3 (a) Sinyal x(λ) dan h(t- λ) pada saat t<1

(b) Sinyal x(λ) dan h(t- λ) pada saat 1<t<2

(c) Sinyal x(λ) dan h(t- λ) pada saat 2<t<3

(d) Sinyal x(λ) dan h(t- λ) pada saat t>3

Hasil konvolusi r(t) pada tiap penggal waktu tersebut adalah sebagai berikut

a) <u>Pada saat t<1</u>

Pada periode ini sinyal h(t- λ) belum sampai ke titik awal x(λ) maka:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

r(t) = 0

b) <u>Pada saat 1<t<2</u>

Pada saat 1<t<2 batasan bawah integral konvolusi berdasar Gambar 2.2 (b) adalah 0 dengan batas atas t-1.

$$r(t) = \int_{0}^{t-1} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

$$r(t) = \int_{0}^{t-1} (1)(1)d\lambda$$

r(t) = t-1

c) Pada saat 2<t<3

Pada saat 2<t<3 batasan bawah integral konvolusi berdasar Gambar 2.2 (c) adalah t-2 dengan batas atas 1.

$$r(t) = \int_{t-2}^{1} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

$$r(t) = \int_{t-2}^{1} (1)(1)d\lambda$$

$$\begin{aligned} r(t) &= 1-(t-2) \\ &= 3-t \end{aligned}$$

d) Pada saat t<3

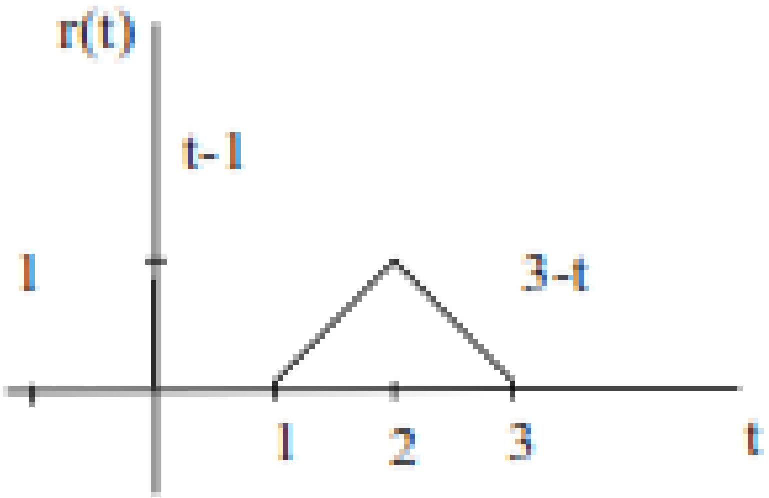
Pada waktu ini h(t-λ) sudah meninggalkan batas akhir x(λ) sehingga:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)h(t-\lambda)d\lambda$$

$$r(t) = 0$$

Dengan demikian hasil konvolusi secara keseluruhan adalah sebagai berikut:

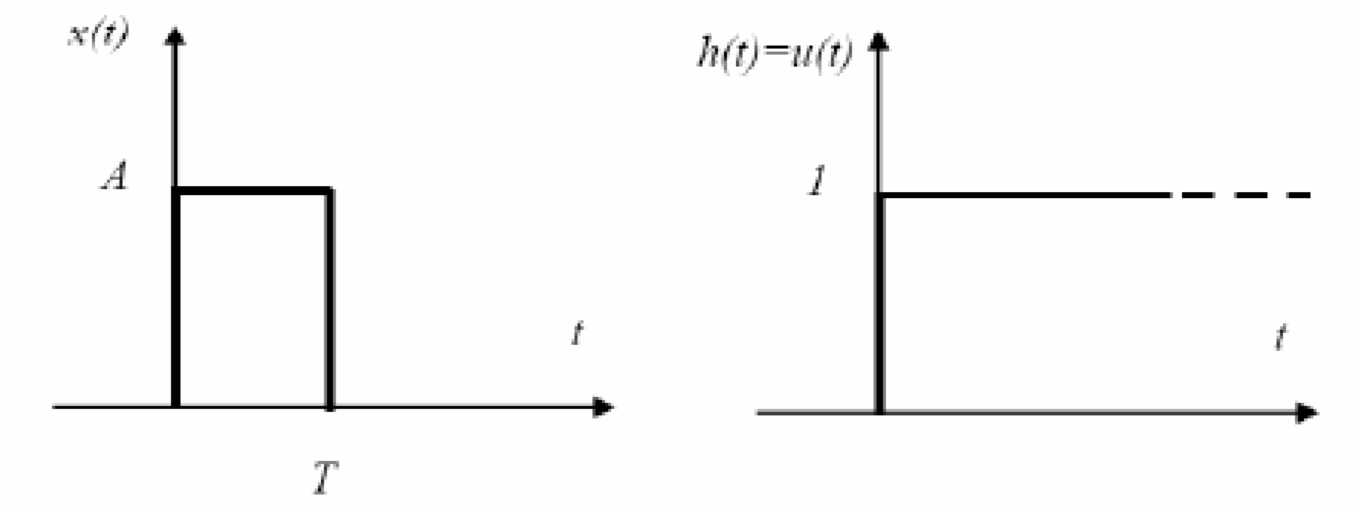
$$r(t) = \begin{cases} t-1 & 1<t<2 \\ 3-t & 2<t<3 \\ 0, & t \text{ lainnya} \end{cases}$$



Gambar 2.4 Sinyal r(t) hasil konvolusi x(t) dan h(t)

PR (dikumpul sebelum UTS)

- Diketahui x(t) dan h(t) seperti pada gambar berikut.



Sinyal masukan x(t) adalah sinyal segiempat, dengan lebar T dan amplitude A.

Respon impuls dari sistemnya adalah sinyal step/tangga.

Tentukan keluarannya.

a. Dalam bentuk persamaan

b. Dalam bentuk grafik

Terima Kasih

- Ada Pertanyaan? Silakan.